

## **Resolución de problemas matemáticos aplicados a la medicina y su impacto en la formación del médico general**

### **Mathematical Problem Solving Applied to Medicine and Its Impact on the General Physician Training**

**Luis Alberto Escalona Fernández <sup>1</sup> Yalily Yazmina González Serra <sup>2</sup> Greysi María Tamayo Aguilar <sup>3</sup> José Ramón Velázquez Codina <sup>4</sup>**

1. Máster en Didáctica de la Matemática. Profesor Auxiliar. Universidad de Ciencias Médicas de Holguín. Holguín. Cuba.
2. Especialista de Primer Grado en Medicina General Integral. Policlínica Universitaria Alex Urquiola Holguín. Holguín. Cuba.
3. Máster en Atención Integral al Niño. Especialista de Primer Grado en Medicina General Integral. Policlínica Universitaria René Ávila Reyes Holguín. Holguín. Cuba.
4. Doctor en Ciencias Matemáticas. Profesor Titular. Universidad de Holguín Oscar Lucero Moya. Holguín. Cuba.

#### **RESUMEN**

Se identificaron objetivos de las disciplinas de los ciclos básico, básico-clínico y clínico, que requieren de la comprensión, explicación e interpretación de curvas de funciones elementales y la resolución de problemas de optimización en el plan de estudio de la carrera de Medicina. Los métodos y procedimientos propuestos constituyen ejes interdisciplinarios para coordinar el trabajo de diferentes disciplinas y ciclos con vistas a solucionar problemas de salud, en correspondencia con las funciones de prevención, predicción, diagnóstico y terapéutica.

**Palabras clave:** problemas, optimización, diagnósticos, terapéuticas.

**ABSTRACT**

The objectives on the curriculum of the medical career on basic, basic-clinical and clinical cycles disciplines that requires the understanding, explanation and interpretation of curves of elementary functions and solving optimization problems were identified. Interdisciplinary axes allowed coordinate the work of different disciplines and cycles, to address health problems, in correspondence with the functions of prevention, prediction, diagnosis and treatment.

**Keywords:** problems, optimization, diagnosis, treatments.

**INTRODUCCIÓN**

La graficación de funciones elementales, así como la solución de problemas de optimización, constituyen dos herramientas matemáticas fundamentales, cuyo conocimiento es muy importante en la cultura general de cualquier profesional de esta y futuras épocas del desarrollo de la humanidad, caracterizada por una acelerada revolución científico técnica, que se distingue, entre otros aspectos, por la matematización del conocimiento en las más diversas ramas del saber humano<sup>1-3</sup>.

Hasta el momento sólo una parte muy limitada de los estudiantes se apropián de estos conocimientos, aquellos en los que en sus currículos de estudios universitarios están presentes las matemáticas superiores. En la carrera de Medicina persisten las dificultades en este sentido<sup>2-3</sup>.

Los estudiantes de las ciencias médicas necesitan analizar e interpretar fenómenos biomédicos modelados por funciones elementales; así como procesar información e interpretar procesos de optimización, mediante métodos y procedimientos de trabajo propios de las matemáticas, relacionados con situaciones de la práctica médica, y que se presentan frecuentemente en los procesos educativos en las diferentes disciplinas de su plan de estudio, tanto del ciclo básico como básico-clínico y clínico<sup>4-6</sup>.

El estudio de los distintos fenómenos que se explican mediante modelos matemáticos en diferentes disciplinas científicas avala su potencial interdisciplinario, como eje sobre el cual diferentes disciplinas pueden trabajar coordinadamente (ejes interdisciplinarios)<sup>7</sup>.

Se pretende entonces elaborar métodos y procedimientos matemáticos para interpretar curvas de funciones, relacionados con problemas de salud que debe solucionar el médico general.

## DESARROLLO

Se desarrolló un proyecto de innovación tecnológica para elaborar métodos y procedimientos matemáticos sin el uso de los algoritmos clásicos del cálculo diferencial. La utilización de los medios informáticos posibilita la solución de problemas de optimización, y ello facilita su aplicación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la carrera de Medicina, en concordancia con las necesidades y exigencias curriculares identificadas.

Se determinaron las deficiencias más importantes entre profesores y estudiantes en relación con el empleo de las matemáticas para la solución de problemas de salud que debe solucionar el médico general. Se analizaron los programas de estudios de la carrera de Medicina y sus fuentes bibliográficas.

Se determinaron las regularidades para comprender, explicar e interpretar el desarrollo modelos matemáticos en problemas biomédicos, vinculados con la carrera de Medicina en la Universidad de Ciencias Médicas de Holguín (UCMH).

Se estudiaron las alternativas para solución de problemas de optimización y sus antecedentes, a partir del curso escolar 2009-2010 hasta el curso 2011-2012 mediante el trabajo planificado y coordinado de los especialistas en formación y profesores de las Ciencias Básicas.

El estudio se dirigió en particular a estudiantes de la carrera de Medicina. Se realizó un diagnóstico del estado real de conocimientos sobre el tema entre profesores y estudiantes. Se identificaron los objetivos generales en los programas de las disciplinas y sus asignaturas de los ciclos básico, básico-clínico y clínico en el plan de estudio de la carrera de Medicina, cuyo cumplimiento, exige de la comprensión, explicación e interpretación de modelos matemáticos.

Se determinaron ejes interdisciplinarios, basados en las herramientas matemáticas de trabajo, que potencian la educación matemática para fortalecer la formación profesional

del médico general, a partir del trabajo coordinado desde las disciplinas del ciclo básico hasta el clínico.

Se impartió un curso de postgrado a nivel provincial a especialistas de las ciencias básicas, basados en un conjunto de problemas matemáticos, cuyas soluciones abarcan aspectos científicos, metodológicos y científico-metodológicos con el propósito de potenciar la formación del futuro médico general. Se seleccionaron problemas particulares por asignaturas para su solución con vistas a prevenir, predecir, diagnosticar y aplicar terapéuticas a los pacientes según objetivos identificados en el Plan de estudio de la carrera de Medicina. La conceptualización propuesta para el desarrollo del proceso investigativo se realizó desde la comprensión, la explicación y la interpretación <sup>1-3</sup>.

#### Deficiencias

La exploración realizada entre profesores y estudiantes evidenciaron dificultades como:

1. La ausencia de problemas biomédicos, en los cuales se utilicen e interpreten modelos matemáticos que vinculen aspectos académicos, laborales e investigativos.
2. Escasa comprensión sobre cuál es el papel de la educación matemática y su importancia en el entendimiento, explicación e interpretación de diversos procesos biomédicos.
3. Insuficiente conocimiento sobre las posibilidades del uso de los modelos matemáticos, tanto por estudiantes como de los profesores, que conduce a una pobre motivación para su estudio.
4. Se subestiman o menosprecian las posibilidades reales de los modelos matemáticos para la comprensión, explicación e interpretación médica en relación con el diagnóstico y terapéutica de los pacientes.
5. Ausencia de una visión sobre las posibilidades de aplicación de estas herramientas en la solución de los problemas de salud y la toma de decisiones por parte del médico general, a partir de la interpretación de los modelos matemáticos en relación con las funciones de prevención, predicción, diagnóstico, tratamiento y la formación matemática permanente.

#### Objetivos

Entre los objetivos propuestos por diversas asignaturas en los distintos ciclos se hallan:

- En el programa (asignatura) de Morfofisiología <sup>4</sup>, se establece el siguiente objetivo general: explicar las características de los biocatalizadores y los cofactores enzimáticos, a partir de la relación estructura-función, con énfasis en la cinética enzimática y en el papel de las enzimas en la regulación de la actividad metabólica, en relación con la práctica

médica, a partir de la bibliografía básica y complementaria, en función de la formación del médico general.

En el estudio del efecto de la concentración de enzima, se relaciona la velocidad de la reacción y la concentración de la enzima, y ello es el fundamento de toda la cinética enzimática, estrechamente relacionada con los conceptos de derivadas de funciones, desconocidos por los estudiantes de medicina, porque no forman parte de su formación matemática. Se establecen relaciones entre la concentración y la velocidad de cambio, se estudian conceptos como pH óptimo y se grafica la relación entre el pH y la velocidad de reacción, en estrecha relación con los conceptos de derivadas de funciones, desconocidas por los estudiantes.

Se describen fenómenos hormonales en los cuales aparece la interpretación de gráficas cuyas relaciones se establecen por medio del concepto de velocidad de cambio. El fundamento de la compresión, explicación e interpretación recae en los conceptos de derivadas de funciones.

- Interpretar en situaciones reales o modeladas, las alteraciones que se producen en el medio interno, sea por déficit enzimático que afecta el metabolismo de los glúcidos, lípidos y compuestos nitrogenados, como por alteraciones de la secreción hormonal, en correspondencia con los mecanismos de acción y regulación hormonal, a partir de la bibliografía y los medios necesarios, en función de la formación del médico integral comunitario <sup>4</sup>.

- Explicar los factores que regulan la presión arterial, el gasto cardíaco y el retorno venoso, en reposo o como respuesta adaptativa frente a cambios del medio interno o externo, según los principios hemodinámicos y los mecanismos generales de regulación de la circulación, a partir de la bibliografía básica y complementaria en función de la formación del médico general; e interpretar las manifestaciones que se producen en el organismo como consecuencia de desviaciones del desarrollo o del funcionamiento normal de las estructuras del sistema cardiovascular, en situaciones reales o modeladas, en relación con los principales problemas de salud de la comunidad, a partir de la bibliografía básica y complementaria en función de la formación del Médico General <sup>4</sup>.

En los objetivos antes señalados, se establecen relaciones entre la concentración y la velocidad de cambio de esta. Se observa que es necesario determinar relaciones funcionales (entre variables), desde la graficación de funciones para comprender,

explicar e interpretar su comportamiento. El fundamento recae en los conceptos de derivadas de funciones y las relaciones existentes entre funciones y sus derivadas.

- Por su parte, en el programa (asignatura) de Informática Médica<sup>4</sup>, se expone el siguiente objetivo: utilizar los métodos que proporciona la estadística descriptiva para resumir y presentar información biomédica.

Aunque se enfatiza la importancia de la interpretación de la información representada gráficamente; esta no se exige con la profundidad requerida. No se estudian los conceptos de máximos y mínimos relativos a las funciones, monotonía estricta, convexidad y concavidad, que desempeñan un papel importante en la propia asignatura.

Se utilizan algunos tipos de gráficos: lineales, de barras, circulares y de curvas de funciones elementales; pero no con todo el rigor que este aspecto exige, por su relación no solo con la disciplina, sino también por su utilidad en el diseño de modelos matemáticos, que relacionan dos magnitudes variables (variable dependiente e independiente); sin embargo, su fundamento se basa en la compresión, explicación e interpretación de los conceptos de derivadas de funciones, los cuales los estudiantes desconocen.

- En el programa (asignatura) de Morfofisiología (Morfofisiología Humana VI)<sup>4</sup>, se propone el siguiente objetivo general: interpretar las manifestaciones que se producen en el organismo como consecuencia de desviaciones del desarrollo o del funcionamiento normal de las estructuras de los sistemas, respiratorio, urinario y digestivo, en situaciones reales o modeladas, según los principales problemas de salud de la comunidad, sobre la base de la bibliografía básica y complementaria en función de la formación del Médico General.

Algunos de estos procesos se describen con gráficos, los cuales necesitan de interpretación<sup>8</sup>. Otros, en relación con trastornos inmunológicos, hipersensibilidad, trastornos metabólicos, necesitan de una presentación en forma de gráficos de funciones y no es posible comprender, explicar e interpretar estos procesos sin los conceptos y definiciones de extremos y puntos de inflexión.

- En el programa (disciplina) de Farmacología (asignatura Farmacología I y II)<sup>4</sup>, se establecen los siguientes objetivos: seleccionar a partir de la integración de los conocimientos y habilidades fundamentales de la Farmacología, los medicamentos idóneos para el tratamiento de las enfermedades más frecuentes, según las

características de cada paciente en la comunidad; aplicar el conocimiento de los efectos de los medicamentos a la prevención, predicción e identificación de las reacciones adversas más comunes; así como desarrollar habilidades de búsqueda, interpretación y crítica de la información científica actualizada sobre los medicamentos.

La farmacocinética es una de las aplicaciones más conocidas, se modela por métodos de compartimientos, las derivadas desempeñan un papel fundamental. Es necesario interpretar el punto de variabilidad de un medicamento; el cual desde la perspectiva matemática es el punto de inflexión: pero desde el punto de vista médico es el momento (variable independiente en el tiempo) en el cual la velocidad de concentración (variable dependiente) del medicamento es máxima<sup>2-3</sup>. El fundamento de su compresión, explicación e interpretación recae en los conceptos de derivadas de funciones, los cuales no forman parte de la educación o formación matemática de estos estudiantes, en estrecha relación con los objetivos antes descritos.

- En el programa (asignatura) de Salud Pública<sup>4</sup>, se exponen objetivos generales como: utilizar diferentes métodos y procedimientos para realizar el análisis de la situación de salud, conjuntamente con su comunidad y emplearlo como guía de su trabajo para elevar su nivel de salud; aplicar el método epidemiológico en el trabajo habitual para la determinación de causalidad de los problemas de salud que aparezcan en su comunidad y para otras actividades propias de su quehacer.

Se relacionan con la velocidad de propagación de la enfermedad en una población determinada, cuya interpretación coincide con la primera derivada.

### Problemas

Se analiza a continuación un conjunto de problemas, en los cuales la solución se halla en estrecha relación con los ciclos de formación y los componentes académico, laboral e investigativo, en función de consolidar el cumplimiento de los objetivos propuestos en el *Plan de estudio de la carrera de Medicina* <sup>4</sup>, se citan solo algunos ejemplos.

#### Problema 1

Si se designa el radio normal de la tráquea como R, expresado en centímetros y el radio de la tráquea durante la tos como r, expresado en centímetros, donde R es una constante y r es una variable. La velocidad del aire a través de la tráquea puede darse en función de r y si  $v(r)$  en centímetros por segundos es la velocidad, entonces

$v(r) = kr^2(R - r)$  donde k es una constante positiva y r está en el intervalo  $\left[\frac{1}{2}R, R\right]$ .

Determine el valor del radio r, cuando la velocidad es máxima.

Se refiere a la expectoración. Cuando un objeto extraño está presente en la tráquea de una persona, produce tos, el diafragma empuja hacia arriba y ocasiona un aumento de presión en los pulmones. Esto se acompaña por una contracción en la tráquea que hace que se estreche el canal por donde se expelle el aire. Para que una cantidad específica de aire escape en un lapso de tiempo fijo, se debe mover más rápido por el canal estrecho que por el amplio. A mayor velocidad de la corriente de aire, mayor es la fuerza sobre el objeto extraño.

Los rayos X muestran que el radio del tubo traqueal circular se contrae a dos tercios de su radio normal cuando produce tos, cómo demostrar que la velocidad de la corriente de aire está relacionada con el radio de la tráquea por medio de una ecuación problema 1, 2-5.

Se realizan reflexiones desde el punto de vista fisiológico, las cuales se argumentan y fundamentan desde la comprensión, explicación e interpretación del modelo matemático<sup>3, 8</sup>, los estudiantes pueden realizar mediciones reales y efectuar comparaciones, sobre la base del concepto de derivada de una función. Su solución no necesita de los métodos clásicos del cálculo diferencial.

### Problema 2

Se expone un procedimiento de trabajo para determinar los intervalos de monotonía estricta y los intervalos de convexidad y concavidad, sin necesidad de aplicar los algoritmos algebraicos clásicos muy utilizados en la enseñanza tradicional<sup>3</sup>. La comprensión, explicación e interpretación desempeñan un papel fundamental<sup>1</sup>. Estos aspectos se relacionan con posibles diagnósticos y tratamientos<sup>7-8</sup> a realizar en pacientes.

### Problema 3

Su solución se realizó mediante un acercamiento gráfico a la función y la función de razón de cambio, y la utilización de un programa informático conocido por los estudiantes, para la presentación establecida en el problema 2.

La comprensión, explicación e interpretación de los datos se realiza mediante el estudio del comportamiento de la producción de estrógeno con vistas a diagnosticar si el proceso

es normal o no (realizar terapéutica), predecir y prevenir. Se consolidan aspectos relacionados con la aplicación del método clínico, mediante métodos y procedimientos matemáticos propuestos por Escalona y Velázquez <sup>7-8</sup>, los cuales se generalizan y perfeccionan en este trabajo.

## CONCLUSIONES

La solución de problemas constituye una vía de trabajo para enfrentar con eficiencia las dificultades identificadas en la exploración empírica realizada con respecto al uso de las matemáticas en la formación del médico general y asegura el cumplimiento de los objetivos identificados en el plan de estudio de la carrera de Medicina.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Fuentes HC. El proceso de investigación científica. La Habana: MINSAP; 2007.
2. Escalona L, Velázquez JR. Método alternativo para el análisis de algunas propiedades de las funciones elementales sin el uso de las derivadas. La Habana: Sociedad Cubana de Matemática y Computación; 2007.
3. Escalona L, Velázquez JR. Resolución de problemas biomédicos modelados por curvas de funciones racionales sin el uso de las derivadas. La Habana: MINSAP; 2011.
4. Cuba. Ministerio de Salud Pública. Plan de estudio de la carrera de Medicina. La Habana: MINSAP; 2010.
5. Guyton AC. Tratado de Fisiología Médica II. La Habana: Pueblo y Educación; 1983.
6. Cain G, Herod J. Multivariable Calculus. New York: Elsevier; 1997. [citado 8 jun 2011]. Disponible en:  
<http://people.math.gatech.edu/~cain/notes/calculus.html>
7. Escalona L, Velázquez JR. Método para construir gráficos de funciones sin el uso de las derivadas. Cienc Holguín. 2012 [citado 31 oct 2012]; 18 (4):1-12. Disponible en:  
<http://www.ciencias.holguin.cu/index.php/cienciasholguin/article/view/725>

8. Escalona L, Velázquez JR. Resolución de problemas de optimización sin el uso de límites y derivadas. Interpretaciones médicas. Acta Latinoamer Matemát Educ. 2011; 25: 365-74.

Recibido: 30 de abril de 2012

Aprobado: 20 de marzo de 2013

MSc. *Luis Alberto Escalona Fernández*. Correo electrónico: [albert@ucm.hlg.sld.cu](mailto:albert@ucm.hlg.sld.cu)