



## Revista Electrónica de Psicología Iztacala



Universidad Nacional Autónoma de México

Vol. 25 No. 3

Septiembre de 2022

# EL EXPONENTE DE HURST COMO PARÁMETRO DE ANÁLISIS DE SEÑALES DEL EEG PARA COMPRENDER LA COGNICIÓN HUMANA: UNA REVISIÓN

Fernando Maureira Cid<sup>1</sup>

Departamento de Educación Física, Deportes y Recreación.  
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. Santiago de Chile

### RESUMEN

El siguiente trabajo es una revisión de los artículos que utilizan el exponente de Hurst para analizar señales de electroencefalograma. La búsqueda se realizó en las bases de datos Medline/Pubmed y Scopus, obteniendo un total de 37 artículos que cumplieran con los criterios de inclusión (publicados entre el 1° de enero del 2000 y 31 de diciembre de 2019, idioma español o inglés, artículos de investigación y estudios realizados con seres humanos). El 64,9% de los trabajos se avocan a la comprensión de la actividad cerebral en estados de reposo o durante la resolución de problemas cognitivos y un 27% se orientan a la categorización de señales por parte de software o sistemas clasificatorios. Se concluye la necesidad del estudio individual de la actividad cerebral, ya que los exponentes de Hurst muestran una actividad muy diversa entre los sujetos, aun realizando la misma tarea o sometidos a las mismas intervenciones.

**Palabras claves:** electroencefalografía, exponente de Hurst, sistemas no lineales, teoría del caos.

## THE HURST EXPONENT AS A PARAMETER FOR ANALYZING EEG SIGNALS TO UNDERSTAND HUMAN COGNITION: A REVIEW

<sup>1</sup> PhD. en Educación, con especialización en Neurociencia. Departamento de Educación Física, Deportes y Recreación. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. Santiago de Chile. E-mail: [maureirafernando@yahoo.es](mailto:maureirafernando@yahoo.es)

**ABSTRACT**

The following work is a review of the articles that use the Hurst exponent to analyze electroencephalogram signals. The search was carried out in the Medline/Pubmed and Scopus databases, obtaining a total of 37 articles that met the inclusion criteria (published between 1 January 2000 and 31 December 2019, English or Spanish, research articles and studies on human beings). 64.9% of the work is devoted to the understanding of brain activity at rest or during the resolution of cognitive problems, and 27% to the categorization of signals by software or classification systems. The need for the individual study of brain activity is concluded, since the exponents of Hurst show a very diverse activity between the subjects, even carrying out the same task or subjected to the same interventions.

**Keywords:** electroencephalography, Hurst exponent, nonlinear systems, chaos theory.

La matemática no lineal es aquella que permite representar comportamientos complejos, impredecibles o caóticos. Esta matemática suele llamarse matemáticas de la complejidad, dinámica no lineal o teoría de sistemas dinámicos (Capra, 1998). Los ejemplos más clásicos de sistemas no-lineales son la trayectoria de un péndulo, el crecimiento de poblaciones y la predicción del tiempo, sin embargo, la mayor parte de los fenómenos naturales presentan un comportamiento complejo y caótico (Lorenz, 1995).

En biología los sistemas caóticos pueden observarse en el sistema digestivo, donde las vellosidades y microvellosidades de las paredes internas del intestino poseen una forma fractal (Goldberg, Rigney y West, 1990), de igual forma que las redes del sistema vascular y las ramificaciones del sistema respiratorio (Canals, Olivares, Labra y Novoa, 2000). En relación con el sistema nervioso, los análisis no lineales se han utilizado para comprender la actividad neurofisiológica que subyace a los registros de electroencefalografía EEG (Klonowski, 2016). En este ámbito, se ha observado que la complejidad en las ondas del EEG aumenta durante un ataque de epilepsia (Stam, 2005) o se modifican cuando prestamos atención a un fenómeno o dejamos de hacerlo (Ibañez-Molina e Iglesias-Pizarro, 2014).

Clásicamente las señales del EEG se clasifican en: a) ondas delta (0,5-3 Hz), características del sueño profundo; b) ondas theta (3,5-7,5 Hz) características de las etapas de sueño ligero; c) ondas alfa (8-12 Hz) que predominan en estados de

vigilia en reposo con los ojos cerrados; d) ondas beta (13-30 Hz) características del estado de vigilia llevando a cabo tareas sensoriales o cognitivas; e) ondas gamma (>30 Hz) que predominan en tareas de alta concentración y meditación (Maureira, 2017).

Estas ondas cerebrales pueden ser estudiadas mediante parámetros no lineales, siendo esto más acorde a la naturaleza de dichos fenómenos (Barrat, Barthelemy y Vespignani, 2008). Entre las herramientas disponibles para el estudio de sistemas caóticos tenemos el exponente de Hurst (H) que muestra la relación entre orden/caos de un sistema durante series temporales (Kale y Butar, 2011). Este índice va de 0 a 1, siendo  $H=0,5$  un indicativo de una dinámica caótica o movimiento browniano, donde es imposible predecir el futuro del sistema. Un valor  $H>0,5$  indica un comportamiento persistente o memoria de largo plazo, donde la actividad futura del sistema será similar a la pasada. Un valor  $H<0,5$  indica un comportamiento antipersistente o son memoria de largo plazo, donde la actividad futura de un sistema será opuesta a la pasada (Díaz, Maureira y Córdova, 2017).

En los últimos años ha aumentado la producción científica donde describen análisis de la señal del EEG con parámetros no lineales. Debido a lo anterior, es que se realiza la presente revisión con la finalidad de dar cuenta de los más recientes avances en el estudio de señales cerebrales desde un paradigma caótico. Para ello se analizaron documentos publicados en las bases de datos Medline/Pubmed y Scopus, debido a su importancia en el contexto investigativo. Las palabras claves utilizadas en la búsqueda fueron: electroencephalography and Hurst; EEG and Hurst. La búsqueda entregó 72 artículos, de los cuales 37 cumplían con los siguientes criterios de inclusión: a) publicados entre el 1° de enero del año 2000 y el 31 de diciembre del año 2019; b) idioma español o inglés; c) artículos de investigación original de corte transversal o longitudinal; d) estudios realizados en seres humano.

## Resultados

A continuación, en la figura 1 se muestra la distribución de artículos por año donde se utilizó el exponente de Hurst como herramienta para analizar señales de EEG.

Es posible notar que entre los años 2000 y 2003 no se encontraron artículos con dicha temática. Por el contrario, los años 2018, 2019, 2010 y 2012 aparecen como los más productivos, concentrando el 56,8% de todos los artículos de los últimos 20 años.



**Figura 1.** Número de artículos por año sobre señales del EEG analizado con exponente de Hurst.

Flores, Maureira, Díaz, Navarro, Gavotto y Matheu (2019), estudiaron el efecto de 30 minutos de ejercicio físico aeróbico sobre la actividad neurofisiológica cerebral durante la resolución de pruebas de atención selectiva. Se analizaron los registros de EEG de 14 estudiantes universitarios (siete experimentales y siete controles) con el exponente de Hurst, revelando un aumento de los valores H en la corteza temporal derecha tras el ejercicio físico. Todos los sujetos presentan correlaciones mayores a 0,600 entre la corteza prefrontal, temporal y occipital durante la realización de la prueba de atención, con una leve disminución tras la intervención. Los autores concluyen que las diferencias en los índices de Hurst de la corteza temporal derecha pre y post-intervención podría explicar las discrepancias en las puntuaciones de la prueba de atención tras el ejercicio físico.

Díaz, Maureira, Flores, Cifuentes y Córdova (2019), evaluaron la señal de EEG en estado de reposo con ojos cerrados en 18 adultos. Se utilizó el parámetro no lineal

exponente de Hurst analizando la onda beta (13-30 Hz), mostrando un metacaos emergente que podría estar implicada en proporcionar orden y dirección en un sistema caótico multifractal como el cerebro influenciado por el efecto persistente de Hurst ( $H > 0,5$ ). Se concluye que este estimador del metacaos es sensible a diferencias intra e interindividuales y a patrones simétricos/asimétricos intraindividuales en el estudio de señal EEG.

Díaz, Maureira, Otárola, Rojas, Alarcón y Cañete (2019), estudiaron la onda beta baja (13-21 Hz) y beta alta (22-30 Hz) de la señal de EEG durante un estado de reposo con los ojos cerrados en 26 adultos con edades entre 25 y 45 años. Con los valores del exponente de Hurst se procedió a correlacionar diversas regiones cerebrales, encontrando diferencias individuales en las relaciones de regiones inter-hemisféricas e intra-hemisféricas que varían entre 20% y 100%. Esta situación se observa en ambos niveles de onda beta. En otro estudio Díaz, Maureira, Flores, Gárate y Muñoz (2019) analizaron la señal de EEG de ocho sujetos en estado de reposo con ojos cerrados tres veces en el día. Se utilizaron exponentes de Hurst y correlaciones de Spearman para describir las diferencias intra e inter-individuales. Se estudiaron las bandas delta, theta, alfa, beta y gamma. Los resultados muestran mayor estabilidad de las ondas alfa y beta, y una mayor variación de las ondas gamma durante las tres mediciones. También se observaron procesos más persistentes en las regiones frontales, seguidas de las occipitales durante las tres mediciones.

Amezquita-Sanchez, Mammone, Morabito, Marino y Adeli (2019), presentan una nueva metodología para el diagnóstico diferencial del deterioro cognitivo leve (DCL) y enfermedad de Alzheimer (EA) a través de señales de EEG. Se utilizaron parámetros no lineales como el exponente de Hurst, la dimensión fractal y un algoritmo de clasificación. Se monitorearon a 37 pacientes con DCL y 37 pacientes con EA. Se concluye que el método propuesto combinado con análisis no lineales clasifica las señales con una precisión del 90,3%.

Díaz, Maureira y Córdova (2018), estudiaron las correlaciones a corto y largo plazo de los exponentes de Hurst extraídos de la señal de EEG (1-64 Hz) de ocho sujetos en estado de reposo con los ojos abiertos y cerrados. Los resultados muestran que

en condiciones de ojos cerrados el cerebro tiende a ser más impredecible y caótico en el eje fronto-occipital, y en escalas de corto plazo la relación orden/caos tienden a encontrarse en estados más organizados. En otro estudio Díaz, Maureira, Flores y Córdova (2018), estudiaron la relación orden/caos de la señal de EEG (1-64 Hz) de nueve bailarines profesionales a través del exponente de Hurst. Los registros se realizaron mientras la muestra imaginaba una coreografía. Los resultados revelan que los valores  $H > 0,5$  ocurrieron en todos los electrodos, además de una alta sincronía para las áreas frontales derechas e izquierdas y de las áreas occipitales derechas e izquierdas, pero baja sincronía en las áreas temporales de ambos hemisferios.

Díaz, Maureira, Flores, Fuentes, García, Maertens, et al. (2018), analizaron la señal de EEG de 8 sujetos (1-64 Hz) a través del coeficiente de correlaciones móviles y el exponente de Hurst para estudiar el comportamiento de la señal a corto y largo plazo. Los resultados muestran alta funcionalidad sincrónica de las regiones temporo-parietales y frontales derechos, en tanto, los valores  $H > 0,5$  se presentaron en todos los electrodos. Se observaron diferencias individuales que podrían utilizarse como una herramienta de caracterización de los sujetos.

Un estudio de Racz, Stylianou, Mukli y Eke (2018), realizó registros de EEG en 24 sujetos adultos sanos en estado de reposo con ojos abiertos y cerrados. Se estudio la conectividad funcional dinámica global (CFDG) a través del exponente de Hurst y la dinámica fractal. Las medidas de la CFDG se mostraron fluctuantes en todas las bandas del EEG, con valores  $H$  más altos en bandas alfa y beta en estado de reposo con los ojos cerrados. Las conexiones de corta distancia en la corteza frontal y prefrontal mostraron propiedades fractales, con mayor autocorrelación, en tanto, las conexiones de larga distancia que conectan la región occipital con la frontal obtuvieron valores más bajos. Finalmente, se observó una correlación positiva entre la autocorrelación global y la multifractalidad de conexión en las bandas de frecuencia más altas, mientras que una fuerte anticorrelación en la banda delta. Se concluye que la multifractalidad es una propiedad de la CFDG.

Rahmani, Wong, Norouzzadeh, Bodurka y McKinney (2018), utilizaron el exponente de Hurst para identificar señales de EEG entre seis sujetos sanos y seis personas

con estrés postraumático relacionados con el combate. Los valores H del canal F3 es más pequeño en los sujetos con estrés ( $H=0,923 < H=0,957$ ), lo que puede establecerse como una herramienta de diagnóstico para distinguir estos sujetos de personas sanas.

Gupta, Singh y Karlekar (2018), presentan una nueva metodología de clasificación de señales de EEG en pacientes epilépticos basada en el exponente de Hurst. El clasificador diferencia entre señales pre-ictales e inter-ictales en epilépticos con intervalo libre de convulsiones y señales ictales en períodos de convulsiones. Los autores concluyen que este modelo captura mejor los atributos de las señales del EEG y permite aumentar la precisión de clasificación de las convulsiones y períodos libres de convulsiones. Otro estudio de Madan, Srivastava, Sharmila y Mahalakshmi (2018) utilizó técnicas de transformación de wavelet discretas basadas en exponentes de Hurst para la extracción de características de los conjuntos de datos EEG obtenidos en personas epilépticas durante las etapas ictal y preictal. El programa clasificador Support Vector Machine (SVM) logra una precisión del 99% al separar las señales del EEG en ambas etapas, lo cual puede tener importantes aplicaciones clínicas.

Díaz, Maureira y Córdova (2017), estudiaron la señal de EEG durante un proceso de imaginación con ojos cerrados de 8 sujetos voluntarios. Se analizaron ventanas temporales de 1, 3, 12, 30 y 120 segundos, mostrando una disminución de H a medida que aumenta la ventana temporal (desde valores de  $H=0,7$  hasta  $H=0,4$ ). También se observó una variabilidad interindividual de la asimetría interhemisférica entre los lóbulos frontal, temporal y occipital, siendo el temporal el que tiene las puntuaciones más altas. Otro estudio de Díaz, Maureira, Córdova y Palominos (2017), analizó las correlaciones de los exponentes de Hurst entre las señales de EEG de los electrodos frontales, temporales y occipitales de 12 pilotos de avión profesionales, mientras realizaban una tarea cognitiva que consistía en resolución de problemas. Se observó un aumento de los valores H a medida que los problemas aumentaban en complejidad y al mismo tiempo una disminución de pares de electrodos correlacionados. Se concluye que la actividad eléctrica cerebral tiende a

desincronizarse y cada región tiende a trabajar en forma independiente en diversos aspectos de la resolución de un problema a medida que aumenta la dificultad.

Un estudio de Munia, Haider, Schneider, Romanick y Fazel-Rezai (2017), evaluó las alteraciones de la señal de EEG en 21 atletas adolescentes, 7 post conmoción cerebral y 14 sanos. El EEG se estudió con frecuencias lineales y con parámetros no lineales como entropía aproximada y exponente de Hurst. Se encontraron diferencias significativas entre los grupos, en condiciones de ojos abiertos la potencia de bandas es mayor en los atletas con conmoción en la banda delta ( $p=0,034$ ) y menor en las bandas alfa ( $p=0,025$ ), beta ( $p=0,018$ ) y gamma ( $p=0,021$ ). Estos análisis son eficientes para diferenciar déficits neurocognitivos residuales posteriores a la conmoción cerebral. Khasnobish, Datta, Bose, Tibarewala y Konar (2017), estudiaron como la exploración táctil de objetos producen patrones específicos en la señal de EEG en la región parietal en la corteza somatosensorial. Se evaluaron sujetos sanos con los ojos vendados mientras exploraban textos en relieve (símbolos, números y letras). Se utilizaron parámetros adaptativos autorregresivos, exponentes de Hurst y densidad espectral de potencia. Se utilizaron softwares clasificadores que lograron reconocimientos cercanos al 70% en tiempos inferiores a 2 segundos. Este trabajo muestra la posibilidad de clasificar letras 3D utilizando señales de EEG.

Colombo, Wei, Ramautar, Linkenkaer-Hansen, Tagliazucchi y Van Someren (2016), evaluaron las posibles alteraciones en las correlaciones temporales de largo alcance en las fluctuaciones de amplitud de las oscilaciones en señales de EEG en estado de reposo con ojos abiertos y cerrado en 52 personas con trastorno de insomnio y 43 controles. Se obtuvieron los exponentes de Hurst para las bandas theta, alfa, beta bajo y beta alto, sin encontrar diferencias entre ambos grupos, ni durante el registro con ojos abiertos y cerrados. Sin embargo, con los ojos abiertos se describen asociaciones entre los valores H e índices de gravedad de insomnio, donde la peor calidad de sueño presentó correlaciones temporales de largo alcance más fuertes. Los autores concluyen que estas correlaciones disminuyen en el sueño profundo, donde parece equilibrarse la excitación cerebral.



Von Wegner, Tagliazucchi, Brodbeck y Laufs (2016), analizaron las autocorrelaciones temporales y el comportamiento de escala de las secuencias de microestado EEG durante un estado de reposo despierto. Los valores de Hurst se obtuvieron a través de tres métodos, alcanzando  $H > 0,5$ , lo cual es compatible con correlaciones de largo alcance, proporcionando evidencia de autocorrelación y escalado heterogéneo en estados de reposo en señales de EEG. Euler, Wiltshire, Niermeyer y Butner (2016) estudiaron la señal de EEG en estado de reposo relacionando los resultados de correlaciones temporales de largo alcance con las diferencias individuales en procesos de memoria de trabajo. Se midieron a 54 adultos sanos y las relaciones se analizaron en las cinco bandas del EEG a través del exponente de Hurst. Los resultados revelan una relación inversa entre las relaciones en las ondas delta y theta y los niveles de memoria de trabajo, lo que demuestra la relevancia de estos tipos de parámetros para comprender el funcionamiento cerebral.

Díaz, Maureira, Cohen, Córdova, Palominos, Otárola y Cañete (2015), analizaron las señales de EEG de 9 bailarines profesionales (edad=20-30 años) mientras imaginaban una coreografía, se estudió un rango de 0-64 Hz. Los resultados muestran dos escalas temporales trabajado en paralelo en la señal de EEG, mostrando exponentes de Hurst  $< 0,5$  cuando se estudia el total de la serie de datos (2 minutos) y un  $H = 0,7$  cuando se estudia la serie de datos cada 1 segundo. Los autores concluyen que el cerebro puede utilizar varias escalas temporales paralelas con diferentes relaciones orden/caos según los procesos que realiza para la solución de un problema.

Un estudio de Acharya, Sree, Alvin, Yanti y Suri (2012), desarrollo una técnica de diagnóstico asistido por computadora para epilepsias, el cual pudiera clasificar EEG normal, interictal e ictal. Los parámetros no lineales utilizados fueron los espectros de orden superior, la entropía aproximada, la entropía de muestra, la dimensión fractal y el exponente de Hurst. Las clasificaciones presentaron una precisión del 99,7%, demostrando que esa técnica es capaz de diferenciar entre sutiles diferencias en los tres tipos de señales de EEG. Zarjam, Epps, Lovell y Chen (2012), analizaron señales de EEG de seis varones durante la resolución de una tarea

cognitiva de memoria de trabajo con siete niveles de dificultad, desde muy fácil a muy difícil. Utilizaron medidas no lineales como dimensión de correlación, exponente de Hurst y entropía aproximada. Los resultados muestran que la onda delta en la región frontal y occipital varía de acuerdo con el nivel de dificultad de la tarea, aumentando los valores de la dimensión de correlación a medida que aumentaba la dificultad, revelando un aumento de la complejidad de la señal del EEG. Por el contrario, los valores del exponente de Hurst y entropía aproximada disminuyeron con el aumento de la dificultad, indicando más regularidad en las señales.

Cerquera, Arns, Buitrago, Gutiérrez y Freund (2012), analizaron señales de EEG en siete personas con trastorno por déficit de atención con hiperactividad con una media de 27,7 años. Se analizó el EEG con ojos abiertos y cerrado en reposo antes y después de una terapia de neurofeedback, utilizando el mayor exponente de Lyapunov, la complejidad de Lempel-Ziv, el exponente de Hurst y la entropía multiescala en dos escalas diferentes. Los resultados muestran una mejora en las ondas theta, alfa y beta del EEG (3-30 Hz) tras la intervención, lo cual indica que estas medidas pueden ser utilizadas para detectar cambios en señales de EEG en este tipo de muestras.

Un estudio de Hartley, Berthouze, Mathieson, Boylan, Rennie, Marlow, et al. (2012), analizaron las señales de EEG de 11 bebés prematuros (23-30 semanas de gestación) utilizando el exponente de Hurst. El cerebro prematuro presenta ráfagas de actividad oscilatoria de alta frecuencia (8-22 Hz) anidadas en un componente de onda lenta (0,5-2 Hz). Los autores reportan correlaciones temporales de largo alcance en las apariciones de estas explosiones de EEG, lo que describen como el primer paso para comprender la estructura dinámica de la actividad neuronal prematura en humanos, donde estas ráfagas son fundamentales para la formación del cerebro. Liang, Li, Ouyang, Wang, Voss, Sleight, et al. (2012), analizaron la señal de EEG de 19 pacientes sometidos a anestesia general con sevoflurano, utilizando el exponente de Hurst. Los resultados muestran que los valores de Hurst de bandas de baja frecuencia disminuyeron cuando la anestesia se profundizó, por lo cual

concluyen que este exponente es una medida útil para estimar la profundidad de este estado.

Un estudio de Yuan, Zhou, Li y Cai (2011), realizaron una clasificación de la señal de EEG basado en la máquina de aprendizaje extremo y en análisis de entropía aproximada, exponente de Hurst y exponente de escala obtenido con fluctuación de tendencia para reconocer el EEG durante procesos ictales e interictales. Se concluye que ambas herramientas son altamente precisas para reconocer y diferenciar estos dos estados en un nivel del 96,5%. En otra investigación de Geng, Zhou, Yuan, Cai y Zeng (2011), compararon señales de EEG epiléptico y EEG interictal utilizando la dimensión de correlación, el exponente de Hurst y la entropía aproximada. Los resultados muestran valores medios de dimensión de correlación de 2,64 para el EEG epiléptico y 4,55 para el EEG interictal; valores medios de entropía aproximada de 0,90 en el EEG epiléptico y 4,55 en EEG interictal; valores medios de exponente de Hurst de 0,19 en el EEG epiléptico y 0,29 en el EEG interictal. Los dos primeros parámetros revelan una mejor complejidad de la señal de EEG durante las convulsiones epilépticas. Los valores de Hurst muestran una anticorrelación de largo alcance en ambos EEG, pero con un grado mayor en el EEG epiléptico. Los autores concluyen que estos parámetros no lineales pueden ayudar a interpretar las señales de EEG en ambos estados.

Jausovec y Jausovec (2010), investigaron la potencia total, la coherencia y la entropía aproximada en las señales de EEG de 300 personas (160 mujeres) en estado de reposo. Se observaron valores de potencia más altos en las mujeres en comparación con los hombres en las bandas beta y gamma. Se describió mayor coherencia en la banda delta en las mujeres y una mayor coherencia en las bandas beta y gamma en hombres. Los autores concluyen que ambos sexos presentan diferencias en la codificación de información local y de largo alcance, así como en la dinámica de excitabilidad de su red cortical.

Daneshyari, Kamkar y Daneshyari (2010), compararon registros de EEG epilépticos y normales a través de parámetros no lineales como el exponente de Lyapunov, la dimensión de correlación, el exponente de Hurst, la dimensión fractal y la entropía de Kolmogorov. Los resultados revelan diferencias en todas las medidas entre

ambos grupos, verificando que los ataques epilépticos muestran un cerebro menos caótico en comparación con la condición normal. Un estudio de Lai, Lombardo, Chakrabarti, Sadek, Pasco, Wheelwright, et al. (2010), registraron series temporales de resonancias magnéticas funcionales (RMf) en estado de reposo a 30 adultos varones con espectro autista y a 33 voluntarios varones sanos. Se utilizó el exponente de Hurst, encontrando valores de  $0,758 \pm 0,045$  en el grupo autista y de  $0,788 \pm 0,047$  en el grupo neurotípico. Estas diferencias se presentaron en las estructuras de la línea media cortical, las estructuras temporales mediales, las estructuras laterales temporales y parietales, la ínsula, la amígdala, los ganglios basales, tálamo y giro frontal inferior. Se concluye que el exponente de Hurst puede proporcionar indicadores fisiológicos para el autismo.

Balli y Palaniappan (2010), utilizan parámetros lineales como el coeficiente de reflexión autorregresivo y coeficiente de modelo autorregresivo, y parámetros no lineales como la entropía aproximada, los mayores exponentes de Lyapunov, la dimensión de correlación, el error de predicción no lineal, el exponente de Hurst, la autocovarianza de orden superior y la asimetría debido a la inversión de tiempo, para caracterizar las señales de EEG epiléptico, EEG durante el movimiento de dedos y electrocardiograma (ECG). Los resultados mostraron resultados comparables de los parámetros lineales y no lineales en la señal del EEG con movimiento de dedos y ECG, en tanto, los parámetros lineales parecen más adecuados en las señales del EEG epilépticos. Se concluye que el uso combinado de ambos parámetros sería un mejor enfoque para la caracterización y clasificación de señales de EEG y ECG. Otro estudio de Subha, Joseph, Acharya y Lim (2010), utilizó técnicas lineales como análisis de señal lineal y dominio de frecuencia, y técnicas no lineales como la dimensión de correlación, exponente de Lyapunov, exponente de Hurst, diferentes entropías, dimensión fractal, espectros de orden superior y gráficos de espacio-fase y de recurrencia para analizar una señal de EEG normal. Los autores concluyen que los métodos no lineales son más adecuados para el análisis de la señal del EEG, permitiendo estudiar transiciones bruscas y comportamiento caótico del sistema.

Un estudio de Weiss, Clemens, Bódizs, Vágó y Halász (2009), llevó a cabo un análisis espacio-temporal de propiedades monofractales y multifractales de señales de EEG durante las etapas de sueño en 10 sujetos sanos. Se utilizaron el exponente de Hurst (H) y rango de espectros fractales, encontrando valores H más altos durante la etapa de sueño 4 en comparación con la etapa de sueño 2 y sueño MOR en todos los electrodos. Las medidas de rangos fractales mostraron una tendencia opuesta. Los autores concluyen que estos descriptores podrían mejorar los métodos automáticos de clasificación de las diversas etapas del sueño.

Kannathal, Puthusserypady y Min (2006), utilizaron técnicas de modelado autorregresivo y modelado basado en redes neuronales para modelar señales del EEG normales y epilépticas. Las propiedades dinámicas de las señales reales y modeladas se caracterizaron con los parámetros no lineales de dimensión de correlación, mayor exponente de Lyapunov, exponente de Hurst y entropía de Kolmogorov. Los resultados muestran que la señal EEG modelada con redes neuronales son muy similares a las señales reales, incluidos los parámetros no lineales. Esta técnica puede ser una buena herramienta para modelar y caracterizar señales de EEG.

Acharya, Faust, Kannathal, Chua y Laxminarayan (2005), utilizaron datos de registros de EEG durante las diferentes etapas del sueño, analizándolas con parámetros no lineales como dimensión de correlación, dimensión fractal, mayor entropía de Lyapunov, entropía aproximada, exponente de Hurst, gráfico de fases y gráfico de recurrencias. Los resultados muestran una disminución de estos parámetros desde una etapa de vigilia hasta la etapa 4 del sueño profundo, pero con valores que aumentan en la etapa de sueño MOR debido a la corteza altamente activa. Un estudio de Kannathal, Acharya, Lim y Sadasivan (2005), utilizando análisis no lineales como la dimensión de correlación, el mayor exponente de Lyapunov, el exponente de Hurst y la entropía para señales de EEG, mostraron que estos análisis son buenos discriminadores para señales de epilépticos, alcohólicos y personas normales, mostrando comportamientos dinámicos menos aleatorios en los dos primeros grupos en comparación con las señales normales, lo que indica

menos procesamiento de información en el cerebro de epilépticos y alcohólicos debido a la hipersincronización del EEG.

Natarajan, Acharya, Alias, Tiboleng y Puthusserypady (2004), evaluaron las señales del EEG en 30 sujetos con edades de  $20 \pm 3$ . Se obtuvo registro de cada sujeto en un estado normal, escuchando música clásica, escuchando Rock y con estimulación reflexológica en sus pies. Se utilizaron parámetros no lineales como la Dimensión de correlación, el Exponente de Lyapunov, el Exponente de Hurst y la Entropía aproximada para el análisis de la señal de EEG en cada estado. Los resultados mostraron que las medidas son más bajas en estado de estimulación sonora o reflexológica en contraste con el estado normal, con medidas que aumentan con un incremento de la actividad cognitiva, volviéndose señales más complejas.

#### Discusión y Conclusión.

La revisión de la literatura entregó 37 estudios que utilizaban el exponente de Hurst para analizar la señal del EEG en los últimos 20 años. Del total, 24 de ellos (64,9%) se avocan a la comprensión de la actividad cerebral en estados de reposo o durante la resolución de problemas cognitivos, dando cuenta de las diferencias entre diversos estados normales y patológicos, entre estados normales desarrollando tareas que aumentan en dificultad o entre estados pre y post-intervención. Diez estudios (27%) se orientan a la categorización de señales por parte de software o sistemas clasificatorios, con la finalidad de procesar registros de EEG y entregar información que ayuden al diagnóstico clínico en diversas patologías.

Por otra parte, la producción científica referente a este tema presenta un aumento en los últimos tres años con 15 publicaciones (40,5%), contrastando con los cinco trabajos (13,5%) en los diez primeros años. Esta situación da cuenta del creciente interés en el estudio de la actividad eléctrica cerebral desde una mirada de sistema dinámico complejo, incluyendo la teoría del caos como un elemento fundamental en la comprensión del cerebro. Una conclusión importante de estos trabajos es la necesidad del estudio individual, ya que los exponentes de Hurst muestran una actividad muy variada entre diversos sujetos, aún realizando la misma tarea o sometidos a las mismas intervenciones, dando cuenta de la necesidad de la

individualización y la eliminación de los conceptos grupales obtenidos del estudio del cerebro.

Son necesarias más investigaciones que estudien las señales del EEG con parámetros no lineales, ya que la investigación actual solo corresponde a trabajos exploratorio de todo un nuevo campo de investigación que podría entregar nuevas luces sobre cómo funciona el cerebro humano.

#### Referencias Bibliográficas.

- Acharya, U., Faust, O., Kannathal, N., Chua, T. y Laxminarayan, S. (2005). Non-linear analysis of EEG signals at various sleep stages. *Comput Methods Programs Biomed*, 80(1), 37-45.
- Acharya, U., Sree, S., Alvin, A., Yanti, R. y Suri, J. (2012). Application of non-linear and wavelet based features for the automated identification of epileptic EEG signals. *Int J Neural Syst*, 22(2), 1250002.
- Amezquita-Sanchez, J., Mammone, N., Morabito, F., Marino, S. y Adeli, H. (2019). A novel methodology for automated differential diagnosis of mild cognitive impairment and the Alzheimer's disease using EEG signals. *J Neurosci Methods*, 322, 88-95.
- Balli, T. y Palaniappan, R. (2010). Classification of biological signals using linear and nonlinear features. *Physiol Meas*, 31(7), 903-920.
- Barrat, A., Barthelemy, M. y Vespignani, A. (2008). *Dynamical processes on complex networks*. New York: Cambridge University Press.
- Canals, M., Olivares, R., Labra, F. y Novoa, F. (2000). Ontogenetic changes in the fractal geometry of the bronchial tree in *Rattus norvegicus*. *Biol Res*, 33, 31-35.
- Capra, F. (1998). *La trama de la vida*. Barcelona: Anagrama.
- Cerquera, A., Arns, M., Buitrago, E., Gutiérrez, R. y Freund, J. (2012). Nonlinear dynamics measures applied to EEG recordings of patients with attention deficit/hyperactivity disorder: quantifying the effects of a neurofeedback treatment. *Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc*, 2012, 1057-1060.
- Colombo, M., Wei, Y., Ramautar, J., Linkenkaer-Hansen, K., Tagliazucchi, E. y Van Someren, E. (2016). More Severe Insomnia Complaints in People with

Stronger Long-Range Temporal Correlations in Wake Resting-State EEG. *Front Physiol*, 7, 576.

- Daneshyari, M., Kamkar, L. y Daneshyari, M. (2010). Epileptic EEG: a comprehensive study of nonlinear behavior. *Adv Exp Med Biol*, 680, 677-683.
- Díaz, H., Maureira, F., Cohen, E., Córdova, F., Palominos, F., Otárola, J. y Cañete, L. (2015). Individual differences in the order/chaos balance of the brain self-organization. *Annals of Data Science*, 2(4), 421-438.
- Díaz, H., Maureira, F. y Córdova, F. (2017). Temporal scaling and inter-individual hemispheric asymmetry of chaos estimation from EEG time series. *Procedia Computer Science*, 122, 339-345.
- Díaz, H., Maureira, F. y Córdova, F. (2018). Times series of closed and open eyes EEG conditions reveal differential characteristics in the temporality of linear and no-linear analysis domain. *Procedia Computer Science*, 139, 570-577.
- Díaz, H., Maureira, F., Córdova, F. y Palominos, F. (2017). Long-range linear correlation and nonlinear chaos estimation differentially characterizes functional connectivity and organization of the brain EEG. *Procedia Computer Science*, 122, 857-864.
- Díaz, H., Maureira, F., Flores, E., Cifuentes, H. y Córdova, F. (2019). Synchronizing oscillatory chaos in the brain. *Procedia Computer Science*, 162, 982-989.
- Díaz, H., Maureira, F., Flores, E. y Córdova, F. (2018). Intra e inter-hemispheric correlation of the order/chaos fluctuation in the brain activity during a motor imagination task. *Procedia Computer Science*, 139, 456-463.
- Díaz, H., Maureira, F., Flores, G., Fuentes, I., García, F., Maertens, P., et al. (2018). Moving correlations and chaos in the brain during closed eyes basal conditions. *Procedia Computer Science*, 139, 473-480.
- Díaz, H., Maureira, F., Flores, E., Gárate, E. y Muñoz, S. (2019). Intra and inter-individual variability in the chaotic component and functional connectivity of the EEG signal in basal closed eyes condition. *Procedia Computer Science*, 162, 966-973.
- Díaz, H., Maureira, F., Otárola, J., Rojas, R., Alarcón, O. y Cañete, L. (2019). EEG Beta band frequency domain evaluation for assessing stress and anxiety in resting, eyes closed, basal conditions. *Procedia Computer Science*, 162, 974-981.



- Euler, M., Wiltshire, T., Niermeyer, M. y Butner, J. (2016). Working memory performance inversely predicts spontaneous delta and theta-band scaling relations. *Brain Res*, 1637, 22-33.
- Flores, F., Maureira, F., Díaz, H., Navarro, B., Gavotto, O. y Matheu, A. (2019). Efectos de una sesión de ejercicio físico sobre la actividad neurofisiológica durante la resolución de una prueba de atención selectiva. *Retos*, 36, 390-396.
- Geng, S., Zhou, W., Yuan, Q., Cai, D. y Zeng, Y. (2011). EEG non-linear feature extraction using correlation dimension and Hurst exponent. *Neurol Res*, 33(9), 908-912.
- Goldberger, A., Rigney, D. y West, B. (1990). Chaos and fractals in human physiology. *Scie Amer*, 262(2), 42-49.
- Gupta, A., Singh, P. y Karlekar, M. (2018). A novel signal modeling approach for classification of seizure and seizure-free EEG signals. *IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng*, 26(5), 925-935.
- Hartley, C., Berthouze, L., Mathieson, S., Boylan, G., Rennie, J., Marlow, N., et al. (2012). Long-range temporal correlations in the EEG bursts of human preterm babies. *PLoS One*, 7(2), e31543.
- Ibáñez-Molina, A. y Iglesias-Parro, S. (2014). Fractal dimension of internally and externally generated conscious percepts. *Brain and Cognition*, 87, 69-75.
- Jausovec, N. y Jausovec, K. (2010). Resting brain activity: differences between genders. *Neuropsychologia*, 48(13), 3918-3925.
- Kale, M. y Butar, F. (2011). Fractal analysis of time series and distribution properties of Hurst exponent. *Journal of Mathematical Sciences and Mathematics Education*, 5, 8-19.
- Kannathal, N., Acharya, U., Lim, C. y Sadasivan, P. (2005). Characterization of EEG-a comparative study. *Comput Methods Programs Biomed*, 80(1), 17-23.
- Kannathal, N., Puthusserypady, S. y Min, L. (2006). Elman neural networks for dynamic modeling of epileptic EEG. *Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc*, 2006, 6145-6148.
- Khasnobish, A., Datta, S., Bose, R., Tibarewala, D. y Konar, A. (2017). Analyzing text recognition from tactually evoked EEG. *Cogn Neurodyn*, 11(6), 501-513.

- Klonowski, W. (2016). Fractal analysis of electroencephalographic time series (EEG Signals). In Di Leva, A. (Ed). *The fractal geometry of the brain* (pp.413-429). New York: Springer-Verlag.
- Lai, M., Lombardo, M., Chakrabarti, B., Sadek, S., Pasco, G., Wheelwright, S., et al. (2010). A shift to randomness of brain oscillations in people with autism. *Biol Psychiatry*, 68(12), 1092-1099.
- Liang, Z., Li, D., Ouyang, G., Wang, Y., Voss, L., Sleight, J., et al. (2012). Multiscale rescaled range analysis of EEG recordings in sevoflurane anesthesia. *Clin Neurophysiol*, 123(4), 681-688.
- Lorenz, E. (1995). *La esencia del Caos*. Madrid: Debate.
- Madan, S., Srivastava, K., Sharmila, A. y Mahalakshmi, P. (2018). A case study on Discrete Wavelet Transform based Hurst exponent for epilepsy detection. *J Med Eng Technol*, 42(1), 9-17.
- Maureira, F. (2107). *¿Qué es la inteligencia?* Madrid: Bubok.
- Munia, T., Haider, A., Schneider, C., Romanick, M. y Fazel-Rezai, R. (2017). A novel EEG based spectral analysis of persistent brain function alteration in athletes with concussion history. *Sci Rep*, 7(1), 17221.
- Natarajan, K., Acharya, U., Alias, F., Tiboleng, T. y Puthusserypady, S. (2004). Nonlinear analysis of EEG signals at different mental states. *Biomed Eng Online*, 3(1), 7.
- Racz, F., Stylianou, O., Mukli, P. y Eke, A. (2018). Multifractal dynamic functional connectivity in the resting-state brain. *Front Physiol*, 9, 1704.
- Rahmani, B., Wong, C., Norouzzadeh, P., Bodurka, J. y McKinney, B. (2018). Dynamical Hurst analysis identifies EEG channel differences between PTSD and healthy controls. *PLoS One*, 13(7), e0199144.
- Stam, J. (2005). Nonlinear analysis of EEG and MEG: A review of an emerging field. *Clinical Neurophysiology*, 116, 2266-2301.
- Subha, D., Joseph, P., Acharya, U. y Lim, C. (2010). EEG signal analysis: a survey. *J Med Syst*, 34(2), 195-212.
- von Wegner, F., Tagliazucchi, E., Brodbeck, V. y Laufs, H. (2016). Analytical and empirical fluctuation functions of the EEG microstate random walk - Short-range vs. long-range correlations. *Neuroimage*, 141, 442-451.

Weiss, B., Clemens, Z., Bódizs, R., Vágó, Z. y Halász, P. (2009). Spatio-temporal analysis of monofractal and multifractal properties of the human sleep EEG. *J Neurosci Methods*, 185(1), 116-124.

Yuan, Q., Zhou, W., Li, S. y Cai, D. (2011). Epileptic EEG classification based on extreme learning machine and nonlinear features. *Epilepsy Res*, 96(1-2), 29-38.

Zarjam, P., Epps, J., Lovell, N. y Chen F. (2012). Characterization of memory load in an arithmetic task using non-linear analysis of EEG signals. *Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc*, 2012, 3519-3522.